PROBLEMI

I primi tre problemi sono tratti dal libro P. Fleury, J.P. Mathieu, **Esercizi di Fisica**, Zanichelli (Bologna, 1970) che contiene i testi e le relative soluzioni, indicati dal loro numero e pagina del libro. La teoria corrispondente si trova spiegata in una collana di libri di testo degli stessi autori e con lo stesso editore.

PROBLEMA 1

Si fa descrivere a 1 kg di aria, a $\theta_1 = 20°C$ e alla pressione $p_1 = 9.81\, kg/cm^2$ il ciclo seguente:

a) compressione adiabatica fino alla pressione $p_2 = 196.2\, kg/cm^2$;

b) riscaldamento a pressione costante, durante il quale gli vengono fornite reversibilmente $Q = 200\, kcal$;

c) espansione adiabatica fino al volume iniziale v_1;

d) raffreddamento a volume costante fino alla pressione p_1.

Calcolare il rendimento η e il lavoro W fornito per ciclo. Calcolare la variazione di entropia ΔS nelle diverse trasformazioni. Il calore specifico dell'aria a pressione costante vale $c_p = 0.25$ kcal/kg·grado; $c_p/c_v = 1.4$.

Calore, Termodinamica, Stati della Materia Capitolo 22, problema 22c, pag.96. Soluzione a pag.126. Applicazione delle leggi base della termodinamica alle quattro trasformazioni che costituiscono il ciclo di Joule troncato.

PROBLEMA 2

Un fascio di raggi luminosi paralleli cade su un sistema ottico formato da due prismi identici che sono opposti per i loro spigoli e da una lente sottile convergente di centro ottico O.

La luce arriva normalmente sui due prismi e, dopo rifrazione in questi prismi, attraversa la lente, il cui asse principale Ox è parallelo ai raggi iniziali incidenti (vedi figura). Si chiede di calcolare la distanza dei due punti luminosi che si osservano nel piano focale della lente quando la luce incidente

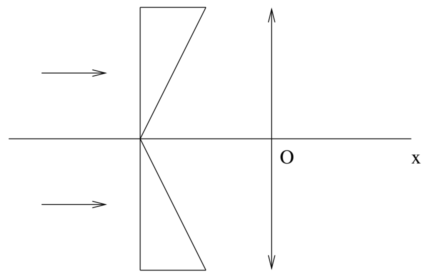

Figure 1: Figura relativa al problema 2

è monocromatica. Angolo al vertice dei prismi $\phi = 15°$; indice del vetro dei prismi $n = 3/2$; distanza focale della lente $f = 10\,\mathrm{cm}$.

Immagini ottiche Capitolo 8, problema 8a, pag.181. Soluzione a pag. 219. Legge di Snell e considerazioni standard di ottica geometrica.

PROBLEMA 3

Un filo metallico $ABCD$ è ripiegato secondo tre lati di un rettangolo ($AB = CD = a = 10\,cm; BC = b = 20\,cm$). La sua densità lineare è $\lambda = 1\,g/cm$. Questo filo è mobile attorno all'orizzontale AD ed è percorso nel senso $ABCD$ da una corrente $i = 5\,A$. Nella regione in cui si trova il filo si crea un campo di induzione uniforme verticale dal basso verso l'alto B=10^{-3} T.

Determinare la posizione di equilibrio del filo (indicare il valore e il verso della deviazione). **Elettrostatica, Correnti continue, Magnetismo** Capitolo 12, problema 12b, pag. 271. Soluzione a pag.305. Legge dell'induzione magnetica (v. magnetometro).

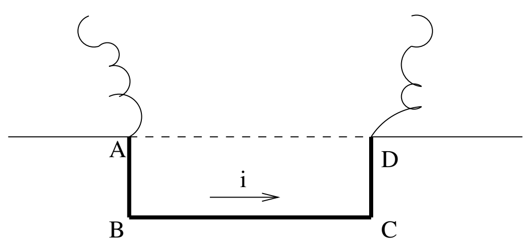

Figure 2: Figura relativa al problema 3

PROBLEMA 4

Una bolla di sapone, la cui tensione superficiale pari a 50 erg/cm^2, si espande fino ad arrivare ad un raggio di 10 cm alla pressione atmosferica. Attraverso un filo conduttore si mette in contatto la bolla con un generatore di alta tensione fissato ad un potenziale di 30000 Volt. Di quanto varia il raggio della bolla ?

Soluzione Sia a il raggio iniziale della bolla, τ la tensione superficiale e P_0 la pressione atmosferica. Prima di elettrizzare la bolla, la pressione nel suo interno è

$$P = P_0 + \frac{4\tau}{a} \tag{1}$$

con $4\tau/a$ la sovrappressione dovuta alla tensione superficiale.

Dopo l'elettrizzazione la pressione diminuisce. Il lavoro di elettrizzazione L è dato da

$$L = \frac{1}{2}CV^2 = 2\pi\epsilon_0 rV^2 \tag{2}$$

e il lavoro infinitesimo compiuto per variare il raggio della bolla della quantità dr vale

$$\mathrm{d}L = 2\pi\epsilon_0 V^2 \mathrm{d}r \tag{3}$$

Questo lavoro deve essere uguale al lavoro meccanico svolto dalla pressione elettrostatica P_e

$$\mathrm{d}L = P_e 4\pi r^2 \mathrm{d}r \tag{4}$$

da cui si ricava

$$P_e = \frac{\epsilon_0 V^2}{2r^2} \tag{5}$$

Il raggio di equilibrio Rdella bolla dopo l'elettrizzazione si ottiene usando la legge di Boyle

$$\left(P_0 + \frac{4\tau}{a}\right)\frac{4}{3}\pi a^3 = \left(P_0 + \frac{4\tau}{R} + \frac{\epsilon_0 V^2}{2R^2}\right)\frac{4}{3}\pi R^3 \tag{6}$$

da cui si ottiene la seguente equazione

$$P_0\left(R^3 - a^3\right) + 4\tau\left(R^2 - a^2\right) - \frac{\epsilon_0 V^2}{2}R = 0 \tag{7}$$

La condizione $R > a$ comporta

$$P_0 + \frac{4\tau}{R} - \frac{\epsilon_0 V^2}{2R^2} > P_0 - \frac{\epsilon_0 V^2}{2R^2} > \frac{\epsilon_0 V^2}{2a^2} \tag{8}$$

La variazione ΔP della pressione interna non supera

$$\begin{aligned} \Delta P &= \left(P_0 + \frac{4\tau}{a}\right) - \left(P_0 + \frac{4\tau}{R}\right) - \frac{\epsilon_0 V^2}{2R^2} \leq \left(P_0 + \frac{4\tau}{a}\right) - \left(P_0 - \frac{\epsilon_0 V^2}{2a^2}\right) \\ &= \frac{4\tau}{a} + \frac{\epsilon_0 V^2}{2a^2} \end{aligned} \tag{9}$$

Numericamente, $\Delta P = 2.4\,\mathrm{N/m^2}$.

La legge di Boyle asserisce che $Pa^3 =$ costante, per cui

$$\frac{\Delta P}{P} = 3\frac{\Delta a}{a} \tag{10}$$

ovvero

$$\Delta a = \frac{\Delta P}{3P} a \approx 10^{-5} a \tag{11}$$

Posto $R = a + \Delta a$, si può scrivere

$$R^2 \approx a^2 + 2a\Delta a; \quad R^3 \approx a^3 + 3a^2 \Delta a \tag{12}$$

da cui si ottiene

$$\Delta a = \frac{\epsilon_0 V^2}{6P_0 a + 16\tau - \epsilon_0 V^2/a} \approx 1.3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \tag{13}$$

PROBLEMA 5

Un pianeta orbita circolarmente attorno ad una stella. La stella subisce un'esplosione simmetrica rispetto al suo centro di massa e l'1% della sua massa viene immediatamente allontanato ben oltre lorbita del pianeta. Trovare l'eccentricità della nuova orbita del pianeta, supponendo che il pianeta non sia disturbato dall'esplosione.

Siano M la massa della stella prima dell'esplosione, M' quella dopo l'esplosione, m la massa del pianeta, R_0 il raggio orbitale prima dell'esplosione, R_1 quello dopo l'esplosione. Usiamo l'equazione Dall'equilibrio forza di gravit = forza centripeta si ottiene

$$\frac{GMm}{R_0^2} = \frac{mv_0^2}{R_0} \tag{14}$$

si ottiene la velocit del pianeta prima dell'esplosione v_0

$$v_0^2 = \frac{GM}{R_0} \tag{15}$$

e l'energia cinetica del pianeta prima dell'esplosione vale

$$E_k = \frac{GMm}{2R_0} \tag{16}$$

L'energia potenziale su R_0 dopo l'esplosione vale

$$-\frac{GM'm}{R_0} \tag{17}$$

Alla distanza più lontana dalla stella dopo l'esplosione, la nuova velocità è data dalla conservazione del momento angolare

$$mv_0R_0 = mV_1R_1 \tag{18}$$

da cui

$$v_1 = \frac{v_0R_0}{R_1} \tag{19}$$

L'energia cinetica del pianeta in R_1 vale

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0R_0}{R_1}\right)^2 \tag{20}$$

che si può anche scrivere come

$$GMm\frac{R_0}{2R_1^2} \tag{21}$$

e l'energia potenziale in R_1 vale

$$-G\frac{M'm}{R_1} \tag{22}$$

Eguagliando l'energia totale in R_0 a quella in R_1 si ottiene

$$\frac{GMm}{2R_0} - \frac{GM'm}{R_0} = \frac{GMmR_0}{2R_1^2} - \frac{GM'm}{R_1} \tag{23}$$

Posto $\mu = M'/M$ e $\rho = R_1/R_0$ l'espressione precedente si semplifica in

$$1 - 2\mu = \rho^{-2} - 2\mu\rho^{-1} \tag{24}$$

ovvero

$$(\rho - 1)\left[\rho\,(1 - 2\mu) + 1\right] = 0 \tag{25}$$

Escludendo la radice $\rho = 1$, si ottiene

$$\rho = (2\mu - 1)^{-1} \tag{26}$$

Definendo l'eccentricità e come

$$R_0 = \alpha(1 - e); \quad R_1 = \alpha(1 + e) \tag{27}$$

dove α è il semiasse maggiore dell'ellissi, si ottiene

$$\rho = \frac{1 + e}{1 - e} \tag{28}$$

da cui

$$e = \frac{1 - 2\mu}{\mu} \tag{29}$$

Numericamente, $\mu = 0.99$ ed $e = 0.01$.